

Metodické poznámky

Podrobné úmrtnostní tabulky za Českou republiku a její kraje jsou založeny na III. hlavních souborech demografických událostí. Vstupní pravděpodobnosti úmrtí jsou vypočteny nepřímou metodou, tj. odvozeny ze specifických měř (m_x). Tabulky jsou podrobné, tj. s jednoletým věkovým intervalem, odděleně pro muže a ženy. S ohledem na vyloučení nahodilých výkyvů jsou krajské tabulky zpracovány za dvouleté kalendářní období.

Ukazatele úmrtnostních tabulek:

- *pravděpodobnost úmrtí* (q_x) vyjadřuje pravděpodobnost, že osoba dožívající se přesného věku x let v daném období (tj. před dosažením věku $x+1$) zemře:

$$q_x = 1 - e^{-m_x}$$

- *pravděpodobnost dožití* (p_x) je doplňkem pravděpodobnosti úmrtí a vyjadřuje pravděpodobnost, že osoba dožívající se přesného věku x let v daném období nezemře, tedy dožije se věku $x+1$:

$$p_x = 1 - q_x$$

- *tabulkový počet dožívajících* (l_x) je hypotetický počet osob, které se dožijí věku x let ze 100 000 živě narozených (kořen tabulky - l_0) při zachování řádu úmrtnosti sledovaného období:

$$l_{x+1} = p_x * l_x$$

- *tabulkový počet zemřelých* (d_x) vyjadřuje hypotetický počet zemřelých osob v dokončeném věku x let; je počítán jako rozdíl dvou po sobě jdoucích tabulkových počtů dožívajících:

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

- *tabulkový počet žijících* (L_x) je hypotetický průměrný počet žijících v dokončeném věku x let; počítá se (kromě věku 0) jako průměr ze dvou po sobě jdoucích tabulkových počtů dožívajících:

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}$$

Tabulkový počet žijících ve věku 0 je odvozen z přesného rozložení zemřelých kojenců v daném období podle ročníku narození. Koeficient α (alfa) udává, jaký podíl zemřelých ve věku 0 v daném roce (ve III. hlavním souboru událostí) pochází z generace narozených daného roku. Při výpočtu krajských úmrtnostních tabulek je aplikován koeficient vypočtený z rozložení zemřelých kojenců v I. hlavním souboru událostí (pro dané dvouleté období) v celé České republice.

$$L_0 = l_0 - \alpha * d_0$$

- *pomocný ukazatel* (T_x) vyjadřuje počet let života, které má tabulková generace (nikoliv jednotlivec) v daném věku ještě před sebou, a je dán kumulací počtu žijících L_x od nejvyššího věku tabulky $\omega-1$ až po věk x :

$$T_x = T_{x+1} + L_x$$

$$T_x = \sum_{\omega-1}^x L_x$$

- *střední délka života* neboli *naděje dožití* (e_x) udává průměrný počet let, který má naději prožít osoba právě x -letá při zachování řádu úmrtnosti sledovaného období. Jedná se o syntetický ukazatel, který zobrazuje úmrtnostní poměry ve všech věkových skupinách.

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}$$

Výpočet vstupní pravděpodobnosti úmrtí pro podrobnou úmrtnostní tabulku:

Vstupní data:

- počet zemřelých dle pohlaví a jednotek věku v daném roce (rocích za jednotlivé kraje)
- počet zemřelých ve věku 0 v ČR podle ročníku narození
- počet obyvatel dle pohlaví a jednotek věku v ČR k 1.7. daného roku (resp. k 1.1. daného roku v jednotlivých krajích)
- počet živě narozených dle pohlaví v daném roce (rocích za jednotlivé kraje)

Postup:

1. Z empirických dat vypočteme pro věk $x \geq 1$ specifickou míru úmrtnosti (m_x), jakožto podíl zemřelých daného věku a pohlaví a středního stavu obyvatel daného věku a pohlaví v dané územní jednotce:

$${}_t m_x^{\text{ČR}} = \frac{{}_t D_x}{1.7.t P_x} \qquad {}_{t-1,t} m_x^{\text{kraj}} = \frac{{}_{t-1} D_x + {}_t D_x}{1.1.t P_x} / 2$$

2. Vypočteme pravděpodobnost úmrtí, která je založena na spojitě funkci $q_x = 1 - e^{-m_x}$. Pravděpodobnost úmrtí ve věku 0 je rovna tzv. kojenecké úmrtnosti, podílu zemřelých ve věku 0 a živě narozených v daném období.

$${}_t q_0^{\text{ČR}} = \frac{{}_t D_0}{{}_t N^v} \qquad {}_{t-1,t} q_0^{\text{kraj}} = \frac{{}_{t-1} D_0 + {}_t D_0}{{}_{t-1} N^v + {}_t N^v}$$

3. Pro odstranění náhodných výkyvů jsou hodnoty pravděpodobnosti úmrtí od věku 4 let vyrovnány pomocí vzorce:

$$q_x^{\text{vyrovn}} = [105 * q_x + 90 * (q_{x-1} + q_{x+1}) + 45 * (q_{x-2} + q_{x+2}) - 30 * (q_{x-3} + q_{x+3})] / 315$$

4. Vzhledem k malé velikosti souboru zemřelých ve vyšším věku (a tudíž většímu kolísání empirických hodnot) se pravděpodobnost úmrtí přibližně od věku 80 let odvozuje (extrapoluje) pomocí Gompertz-Makehamova vzorce $\log p_x = a + b * c^x$.

Vstupní charakteristikou pro Gompertz-Makehamovu formuli je přirozený logaritmus pravděpodobnosti dožití, odvozené z vyrovnané hodnoty pravděpodobnosti úmrtí:

$$\ln p_x^{\text{vyrovn}} = \ln(1 - q_x^{\text{vyrovn}})$$

ČSÚ používá King-Hardyho metodu, při které extrapolace vychází ze soustavy rovnic (R_1, R_2, R_3) pro tři stejně dlouhé po sobě jdoucí intervaly, kde d je délka intervalu a x_0 věk na počátku prvního intervalu (zde $x_0 = 60$ a $d = 8$).

$$R_1 = \sum_{i=x_0}^{x_0+d-1} \ln p_i^{\text{vyrovn}} \qquad R_2 = \sum_{i=x_0+d}^{x_0+2d-1} \ln p_i^{\text{vyrovn}} \qquad R_3 = \sum_{i=x_0+2d}^{x_0+3d-1} \ln p_i^{\text{vyrovn}}$$

5. Konstanty a, b, c obsažené v Gompertz-Makehamově formuli charakterizující sílu úmrtnosti vypočteme podle vztahů:

$$c^d = \frac{R_3 - R_2}{R_2 - R_1} \qquad c = \sqrt[d]{c^d} \qquad b = \frac{(c-1) * (R_2 - R_1)}{c^{x_0} * (c^d - 1)^2} \qquad a = \left[R_1 - \frac{(R_2 - R_1)}{(c^d - 1)} \right] / d$$

6. Dosazením a, b, c do Gompertz-Makehamova vzorce vypočteme pro věk $x \geq 71$ modelové pravděpodobnosti dožití $r_x = \exp(a + b * c^x)$ a najdeme věk y ($y \geq 75$), pro který nabývá odchylka

$|p_x^{vyrovn} - r_x|$ minimální hodnoty. Od věku y pak pravděpodobnost úmrtí nejlépe vystihuje funkce q_x^{GM} , která je doplňkem funkce r_x do jedné. Přechod na extrapolované hodnoty je upraven vyrovnáním hodnot pro věk $z = (y - 4), \dots, (y + 4)$:

$$q_z^{GM} = 1 - \left[\left(1 - \frac{z - y + 5}{10}\right) * p_z^{vyrovn} + \frac{z - y + 5}{10} * r_z \right]$$

7. Pro výpočet úmrtnostní tabulky jsou tedy vstupními hodnotami následující pravděpodobnosti úmrtí:
- pro věk 0 kojenecká úmrtnost
 - pro věk 1, 2, 3 pravděpodobnosti odvozené ze specifických měř úmrtnosti
 - pro věk 4 až $(y - 5)$ pravděpodobnosti vyrovnané
 - pro věk $(y - 4)$ až $\omega - 1$ pravděpodobnosti vyrovnané a extrapolované